

専門基礎（90分）

（電子システム工学課程）

〔注意事項〕

1. 監督者の指示があるまで、この問題用紙と解答用紙を開いてはいけません。
2. 問題は、5ページからなっています。また、解答用紙は3枚、下書用紙は1枚あります。監督者から解答開始の合図があったら、問題用紙、解答用紙、下書用紙を確認し、落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば、手をあげて監督者に知らせなさい。
3. 解答用紙には、受験番号を記入する欄がそれぞれ2箇所ずつあります。監督者の指示に従って、すべての解答用紙（合計3枚）の受験番号欄（合計6箇所）に受験番号を必ず記入しなさい。
4. この問題用紙の白紙と余白は、適宜下書きに使用してよろしい。
5. 解答は、必ず解答用紙の指定された場所（問題番号や設問の番号・記号などが対応する解答欄の中）に記入しなさい。なお、指定された場所以外や、裏面への解答は採点対象外です。また、解答や受験番号が判読不能の場合にも、採点対象外になります。
6. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
7. この問題用紙と下書用紙は、持ち帰りなさい。

I

地球の周囲を運動する質量 m の人工衛星を考える。地球と人工衛星との間にはたらく力を考えるとき、地球は中心に全質量があるとみなし、時間的に動かないと考えて良い。また、中心力を受けて運動する質点の軌道は、力の中心を含む1つの平面内にあると考えて良い。地球の半径を a 、地球表面での重力加速度の大きさを g とする。

人工衛星が地球の中心から距離 r ($r > a$) に存在するとき、地球と人工衛星の間にはたらく重力の大きさを F とすると、人工衛星の運動方程式は二次元極座標 (r, θ) で以下のよう表される。

$$m \left(\frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right) = -F, \quad m \left(2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} + r \frac{d^2 \theta}{dt^2} \right) = 0$$

人工衛星が地球の表面から高さ a を保ったまま円軌道上を等速で回っているとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 万有引力は距離の二乗に反比例することを利用して、 F を m, g を用いて表せ。
- (2) 人工衛星の位置エネルギーを m, g, a を用いて表せ。ただし、地球表面を基準点とせよ。
- (3) 人工衛星の速さを求めよ。
- (4) 人工衛星の周期 T を求めよ。

次に、図1のように、円軌道上の点Aで人工衛星を瞬間的に加速して速さを v_A にしたところ、人工衛星は地球を1つの焦点とする楕円軌道に移行した。地球から最も遠い点を点Bとすると、地球の中心から点Bまでの長さは R ($R > 2a$) であった。以下の問いに答えよ。

- (5) v_A および点Bの速さ v_B を g, a, r, R を用いて表せ。
- (6) 人工衛星の周期 T_2 は T の何倍になるか答えよ。
- (7) 加速に要した仕事を求めよ。

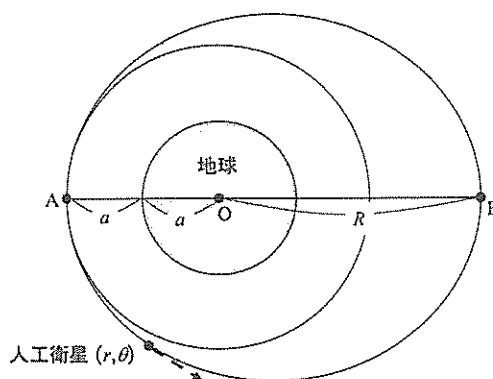


図1

II

図 2 (a) に示すように x - y 平面上に原点 O を中心とする半径 a の微小な円形回路 C があり、強さ I の定常電流が流れている。この円形回路 C の円周上の微小要素 ds 部分を通る電流が、任意の点 $P(x, y, z)$ につくる磁束密度 $d\mathbf{B}$ は、Biot-Savart の法則により、

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I ds \times \mathbf{r}'}{4\pi |\mathbf{r}'|^3}$$

で与えられる。ここで μ_0 は真空の透磁率であり、 $\mathbf{r}'$ は微小回路 C の円周上の任意の点 $Q(a \cos \varphi, a \sin \varphi, 0)$ から点 P への位置ベクトルを表す。 φ は x 軸と OQ のなす角である。また、 $ds = (-ds \sin \varphi, ds \cos \varphi, 0)$ で表され、 $ds = a d\varphi$ である。以下の問いに答えよ。

- (1) 点 P は z 軸上にあり $P(0, 0, z)$ とする ($z > 0$)。円形回路 C 全体が点 P につくる磁束密度の z 軸成分を、Biot-Savart の法則を用いて求めよ。ただし円形回路の半径 a は点 P の原点からの距離 z より十分小さいとして、 $a^2 + z^2 \approx z^2$ と近似せよ。
- (2) 円形回路 C 全体が点 $P(0, 0, z)$ につくる磁束密度の x 軸成分と y 軸成分は、ゼロとなることを Biot-Savart の法則を用いて示せ。
- (3) 円形回路 C の定常電流を、半径 a の円周上に一様に分布した電荷 q が一定の速さ v で円運動をしているとみなすことにより、 I を a, q, v を用いて表せ。ただし、円形回路 C を構成する導線の太さは無視できるものとせよ。

続いて、図 2 (b) に示すように、原点 O を中心として z 軸に平行に置かれた大きさ μ の磁気双極子モーメント $\boldsymbol{\mu} = (0, 0, \mu)$ がある。この磁気双極子モーメントが任意の点 $P(x, y, z)$ につくる磁束密度 $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ は、点 P の位置ベクトルを $\mathbf{r}$ とすると、

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{3(\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{r})}{|\mathbf{r}|^5} \mathbf{r} - \frac{\boldsymbol{\mu}}{|\mathbf{r}|^3} \right]$$

で与えられる。以下の問いに答えよ。

- (4) 点 P の位置ベクトルを $\mathbf{r} = (0, 0, z)$ とする ($z > 0$)、磁気双極子モーメント $\boldsymbol{\mu}$ が点 P につくる磁束密度の z 軸成分を求めよ。
- (5) 問い(1)で求めた磁束密度と問い(4)で求めた磁束密度は、同じとみなすことができる。さらに問い(3)の結果を用いて、 μ を a, q, v, μ_0 を用いて表せ。
- (6) 問い(5)が示す物理的意味を簡潔に記述せよ。

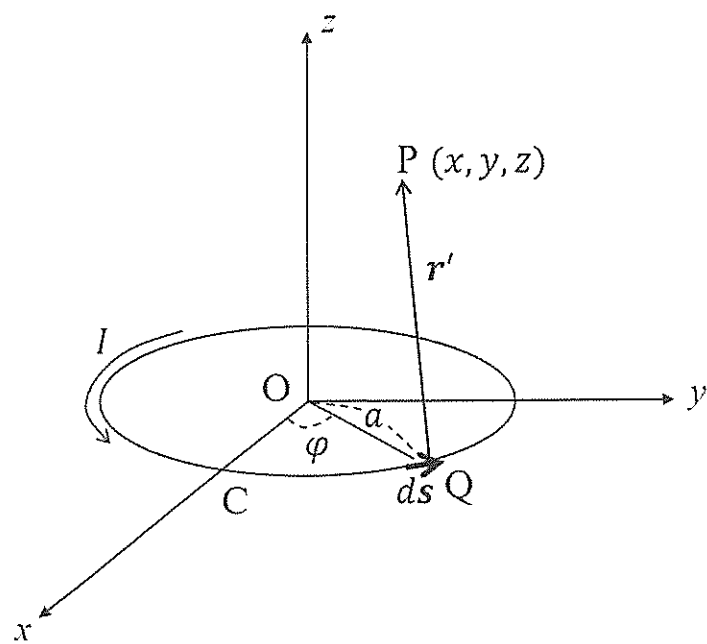


图 2 (a)

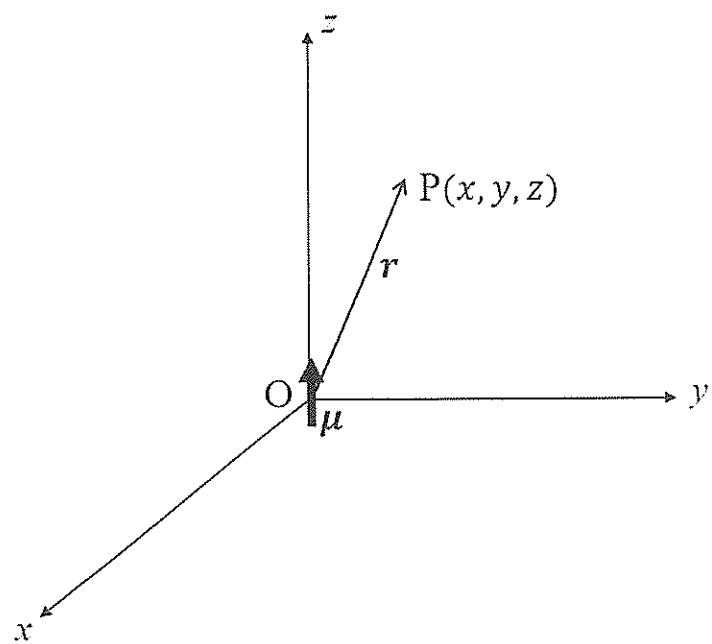


图 2 (b)

III

抵抗器とキャパシタを並列接続し、交流電圧源を接続した。電源電圧の振幅を E 、角周波数を ω 、抵抗値を R 、キャパシタンスを C としたとき、以下の問い (1)～(4)に答えよ。

- (1) この並列回路のインピーダンスを示せ。
- (2) 回路の力率を求めよ。
- (3) 回路で消費される電力を求めよ。
- (4) さらにインダクタを並列に接続して力率が 1 となった場合、そのインダクタンスを求めよ。

次に抵抗器 2 本、およびインダクタ、キャパシタから 2 つを使って並列に接続し、図 3(ア)、(イ)、(ウ) の 3 通りの回路を作成した。各素子の値は表に示した値のうちの一つかであることは分かっている。

それぞれの回路に最大値(振幅)が 10 V の交流電圧源を接続し、回路全体に流れる電流の最大値を観測した。角周波数を 10^5 rad/s にしたところ、いずれの回路においても流れる電流はおおよそ 0.1 A であった。その後、角周波数を 10^5 rad/s から低くしてゆき、10 rad/s まで減少させたところ、

回路 A は電流が単調に減少して約 0.01 A になり、

回路 B は電流が単調に増加して約 1 A になり、

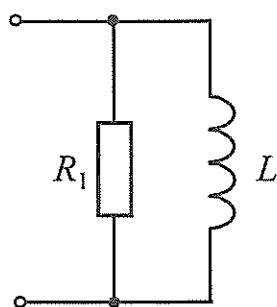
回路 C は電流が最初減少し、次いで増加して約 1 A になった。

以下の問い(5)～(8)に答えよ。

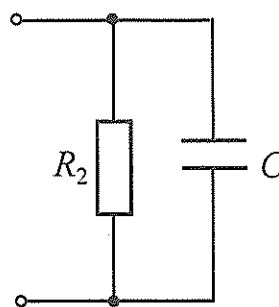
- (5) 図 3(ア)、(イ)、(ウ)の回路は、回路 A、B、C のいずれに対応するか。また、その素子値はいくらか、表から選んで答えよ。

表

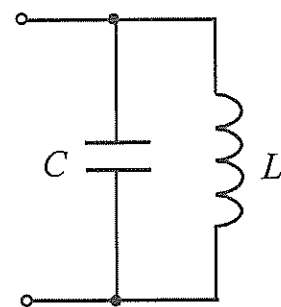
R_1, R_2	10 Ω , 100 Ω , 1 k Ω , 10 k Ω
L	0.01 H, 0.1 H, 1 H
C	0.01 μF , 0.1 μF , 1 μF



(ア)



(イ)



(ウ)

図 3

3 通りの並列回路のうち 2 通りについて、各素子に流れる電流を観測したところ、図 4 および図 5 のようになった。なお、図 4 の縦軸には目盛りを示していないが、図 5 とは異なるレンジ(スケール)である。

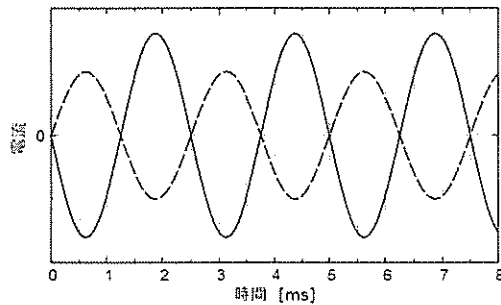


図 4

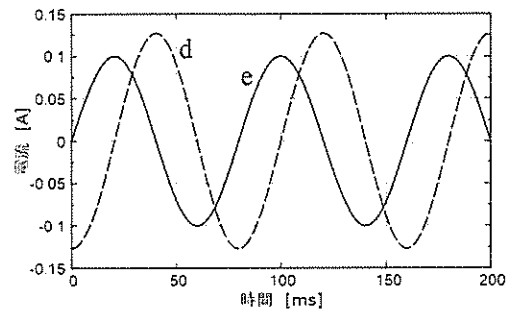


図 5

- (6) それぞれの図における周波数を読み取って Hz を単位として答えよ。
- (7) それぞれが図 3 (ア)、(イ)、(ウ)のうちのどの回路にあたるか答えよ。また、理由も簡潔に記述せよ。
- (8) 図 5 における波形 d および e はどの回路素子に流れる電流を観測したものか、答えよ。

(以 上)