

専門基礎（90分）

（電子システム工学課程）

〔注意事項〕

1. 監督者の指示があるまで、この問題用紙と解答用紙を開いてはいけません。
2. 問題は、4ページからなっています。また、解答用紙は3枚、下書用紙は1枚あります。監督者から解答開始の合図があったら、問題用紙、解答用紙、下書用紙を確認し、落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば、手をあげて監督者に知らせなさい。
3. 解答用紙には、受験番号を記入する欄がそれぞれ2箇所ずつあります。監督者の指示に従って、すべての解答用紙（合計3枚）の受験番号欄（合計6箇所）に受験番号を必ず記入しなさい。
4. この問題用紙の白紙と余白は、適宜下書きに使用してよろしい。
5. 解答は、必ず解答用紙の指定された場所（問題番号や設問の番号・記号などが対応する解答欄の中）に記入しなさい。なお、指定された場所以外や、裏面への解答は採点対象外です。また、解答や受験番号が判読不能の場合にも、採点対象外になります。
6. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
7. この問題用紙と下書用紙は、持ち帰りなさい。

I

図のように、水平面上に糸で結ばれた質量 m の質点があり、糸の他の端は点 O の穴を通して水平面の下で外力により保持されている。糸の質量は無視できるとし、糸を通す穴の大きさは十分に小さい。また、摩擦はないものとして、以下の問に答えよ。

最初に、点 O から質点までの距離が r_0 で一定になるように糸を保持し、水平面に沿って糸に垂直な方向に大きさ v_0 の速度を質点に与えて、点 O を中心とする半径 r_0 の円運動をさせた。

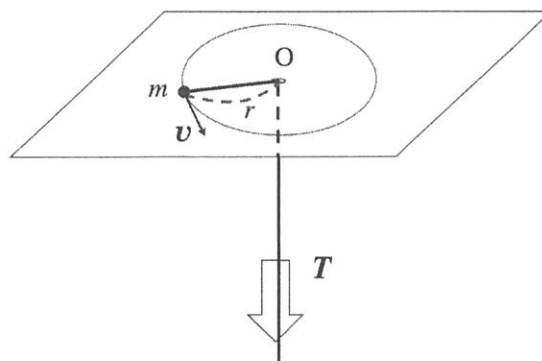
- (1) 点 O の周りの質点の角運動量の大きさ L_0 を求めよ。
- (2) 糸の張力の大きさ T_0 を求めよ。
- (3) 質点に働く張力の点 O 周りのモーメント (トルク) の大きさを求めよ。

次に、質点が回転している状態を保ったまま、糸を鉛直方向下向きに静かに引き、質点の円運動の半径を r_0 から $r_1 (r_0 > r_1 > 0)$ にした。

- (4) 半径が r_1 となった時の質点に働く糸の張力を求めよ。
- (5) 半径が r_0 から r_1 に変化する間に外力がした仕事を求めよ。

最後に、質点の速度 v に比例して抵抗力 $-\lambda v$ ($\lambda > 0$) が存在する場合を考える。最初の設問と同様に、時刻 $t=0$ に、水平面に沿って糸に垂直な方向に大きさ v_0 の速度を質点に与えた。ただし、時間経過とともに外力を調節し、点 O から質点までの距離が r_0 で一定になるように糸を保持するものとする。

- (6) 質点の運動方程式を二次元極座標 (r, θ) で示せ。
- (7) 時刻 t における質点の点 O の周りの角運動量の大きさを求めよ。ただし $t=0$ での角運動量の大きさを L_0 とする。



II

真空の誘電率、透磁率をそれぞれ、 ϵ_0 、 μ_0 とする。以下の問いに答えよ。

多数の電荷 Q_i ($i = 1, 2, 3 \dots$)を内部に含む任意の形の閉じた空間を V とし、その表面 S の法線方向の単位ベクトルを \vec{n} 、 dS を面素片の面積とすると、 Q_i と \vec{E} の関係は次のように表される。

$$\int_S \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i Q_i \quad \dots \textcircled{1}$$

ただし、右辺の和は V の内部にある電荷が持つ総電荷量である。電荷の分布が連続と見なせる場合には、 V 内部の位置 \vec{r} の電荷密度 $\rho(\vec{r})$ を用い、 dV を V の体積素片として、次のように表される。

$$\int_S \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho(\vec{r}) dV \quad \dots \textcircled{2}$$

(1) 式①、②で表される法則は何と呼ばれるか。

式①または式②を用いて、次の電荷分布がまわりに作る電場の向きを図示して、その電場の大きさを求めよ。

(2) 無限に長い直線上の一様な線密度 λ の電荷分布(図1)。

(3) 無限に広い平面上の一様な面密度 σ の電荷分布(図2)。

図3のように、断面積が s の円柱形で、長さ l_1 で導電率 c_1 、誘電率 ϵ_1 の物質1と、長さ l_2 で導電率 c_2 、誘電率 ϵ_2 の物質2が接触している。いま、両端に電圧 V が印加されている。

(4) 物質1、物質2それぞれの内部の電場の大きさと向きを求めよ。

(5) 物質1と物質2の境界面上の自由電荷密度 σ_f と分極電荷密度 σ_p を求めよ。

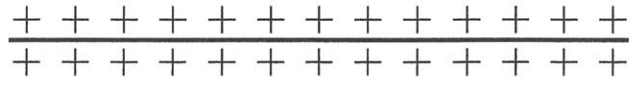


图 1

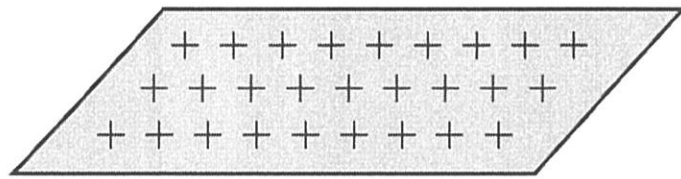


图 2

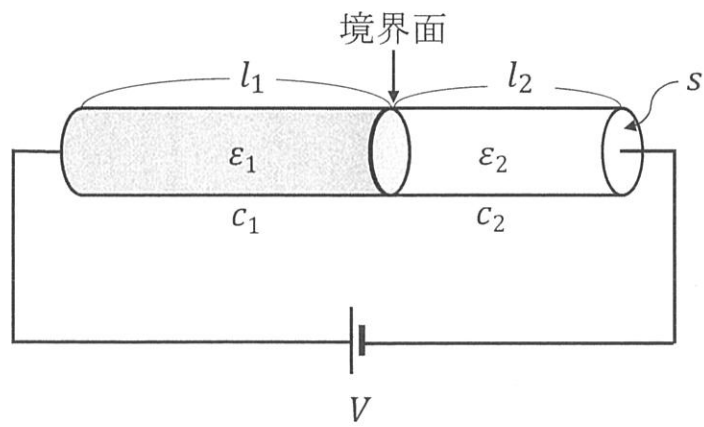
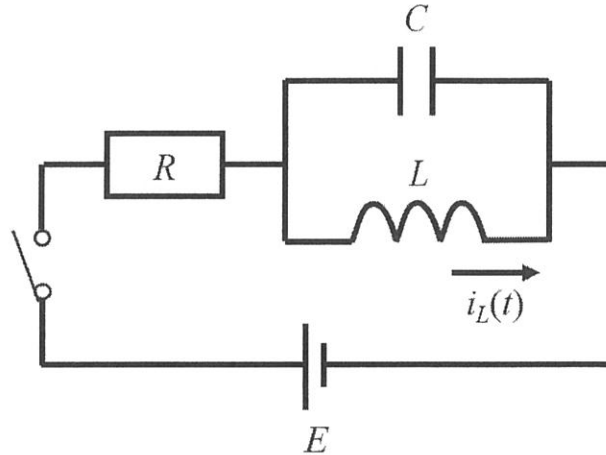


图 3

III

以下の回路図のように、電圧 E の直流電圧源、抵抗値 R の抵抗、キャパシタンス C のキャパシタ、インダクタンス L のインダクタ、スイッチからなる回路において、電圧と電流の時間変化を考える。時刻 t においてインダクタに流れる電流を $i_L(t)$ とする。

$t=0$ でスイッチを ON にすると、 $i_L(t)$ が振動する現象を観測した。 $t<0$ でキャパシタに電荷は蓄えられていないものとする。以下の問いに答えよ。



回路図

- (1) $t=0$ における $i_L(t)$ および $\frac{d}{dt}i_L(t)$ を求めよ。
- (2) $t \geq 0$ において、 $i_L(t)$ に関する 2 階の常微分方程式を導出せよ。
- (3) $i_L(t)$ が振動する現象を得るための、 R の条件を示せ。
- (4) $i_L(t)$ の振動の固有振動数 f を求めよ。
- (5) (2) の微分方程式を解き、(1) で求めた初期条件を考慮して、 $i_L(t)$ を求めよ。
- (6) $i_L(t)$ の時間変化の概要をグラフで示せ。ただし、 $t < 0$ から、スイッチを ON し十分時間が経過するまでを示すこと。

(以上)