

専門基礎（90分）

（機械工学課程）

〔注意事項〕

1. 監督者の指示があるまで、この問題用紙と解答用紙を開いてはいけません。
2. 問題は、4ページからなっています。また、解答用紙は4枚あります。監督者から解答開始の合図があったら、問題用紙、解答用紙、下書用紙を確認し、落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば、手をあげて監督者に知らせなさい。
3. 解答用紙には、受験番号を記入する欄がそれぞれ2箇所ずつあります。監督者の指示に従って、すべての解答用紙（合計4枚）の受験番号欄（合計8箇所）に受験番号を必ず記入しなさい。
4. この問題用紙の白紙と余白は、適宜下書きに使用してよろしい。
5. 解答は、必ず解答用紙の指定された場所（問題番号や設問の番号・記号などが対応する解答欄の中）に記入しなさい。なお、指定された場所以外や、裏面への解答は採点対象外です。また、解答や受験番号が判読不能の場合にも、採点対象外になります。
6. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
7. この問題用紙は、持ち帰りなさい。

I

閉じた系において、単位質量の理想気体（気体定数： R ，比熱比： κ ）を作動流体とするサイクルを考える。このサイクルは、断熱圧縮（状態 1→2）、等積加熱（状態 2→3）、等圧加熱（状態 3→4）、断熱膨張（状態 4→5）、等積冷却（状態 5→1）の 5 つの準静的過程で構成される。状態 1 の気体の温度を T_1 ，状態 1, 2, 3, 4 の気体の体積をそれぞれ、 V_1, V_2, V_3, V_4 ，圧縮比を $\varepsilon = (V_1/V_2)$ ，縮切比を $\xi = (V_4/V_3)$ ，状態 2, 3 の気体の圧力をそれぞれ、 P_2, P_3 ，圧力上昇比を $\varphi = (P_3/P_2)$ とするとき、以下の問いに答えなさい。ただし、比熱は温度に依存せず一定とする。

- (1) 状態 2 の温度 T_2 を、 κ, ε, T_1 を用いて表しなさい。
- (2) 状態 4 の温度 T_4 を、 $\kappa, \varepsilon, \varphi, \xi, T_1$ を用いて表しなさい。
- (3) 状態 2 から状態 3 のエントロピー変化 ΔS_{23} を、 R, κ, φ を用いて表しなさい。
- (4) このサイクルの理論熱効率 η を、 $\kappa, \varepsilon, \varphi, \xi$ を用いて表しなさい。

II

図1のように外径 D 、内径 d および長さ L の中空円筒の左端Aを壁面に固定し、右端Bに大きさ $T_B(>0)$ のねじりモーメントを加えるとねじれ角 α が生じた。剛性率を G として、以下の問いに答えなさい。

(1) 中空円筒の断面二次極モーメント I_p を求めなさい。

以下では断面二次極モーメントを I_p として解答するものとする。

(2) 中空円筒に生じる最大のせん断応力を、 T_B を含む式で表しなさい。

(3) ねじれ角 α を、 T_B を含む式で表しなさい。

次に、図2のように固定端Aに対する右端Bのねじれ角を α に保ったまま、固定端Aから距離 $2L/3$ の位置Cに、右端Bに加えたねじりモーメントとは逆向きに大きさ $T_C(>0)$ のねじりモーメントを加えた。なお、これによって右端Bのねじりモーメントの大きさは T'_B となった。

(4) 固定端Aに対する位置Cのねじれ角を、 T_B および T_C を含む式で表しなさい。

(5) 中空円筒に生じる最大のせん断ひずみを、 T_B および T_C を含む式で表しなさい。

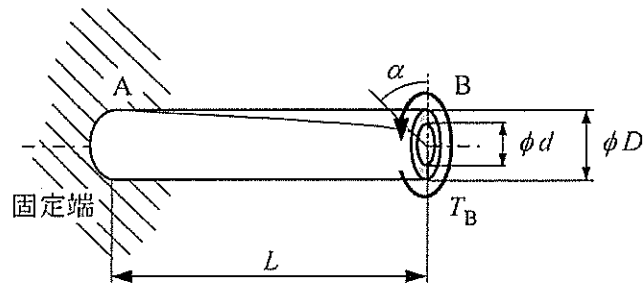


図1

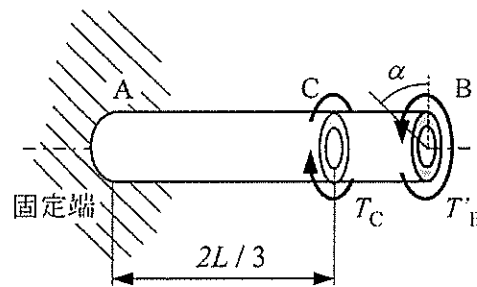


図2

III

ばね定数 k を持ち質量が無視できる同一のばね 2 個を連結し、その両端を同じ高さに固定したもの考える。ばね全体が水平のとき、ばねは自然長にあるものとする。次に、この中央に質量 m の質点を静かに取り付けたところ、質点は図 1 のように h だけ下がった位置でつり合って静止した。重力加速度を g として、以下の問いに答えなさい。

- (1) ばね定数 k を求めなさい。
- (2) 質点がつり合い位置から微小量 x だけ下方に変位したとき、質点がばねから受ける合力の大きさを求めなさい。
- (3) 質点をつり合い位置から微小量 a だけ下方に押し下げ、時刻 $t = 0$ で静かに放したところ、円振動数 ω_n の上下振動を生じた。質点のつり合い位置からの変位 $x(t)$ を表す式を求めなさい。ただし変位の正方向は下向きとする。
- (4) 円振動数 ω_n を求めなさい。
- (5) 次に、図 2 のように質点の下方に粘性減衰係数 c のダッシュポットを取り付け、ダッシュポットの下端を床面に固定した。質点をつり合い位置から微小量 a だけ下方に押し下げ、時刻 $t = 0$ で静かに放したところ、質点は振動することなくつり合い位置に漸近する運動を行った。このとき粘性減衰係数 c の値について成立する不等式を求めなさい。ただしダッシュポットの質量は無視できるものとする。

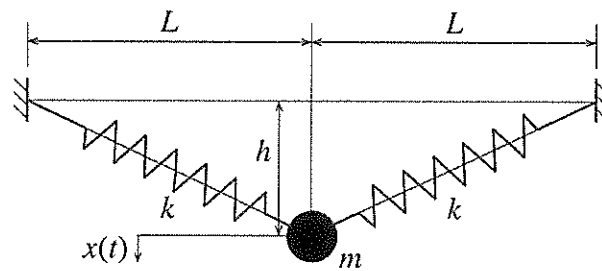


図 1

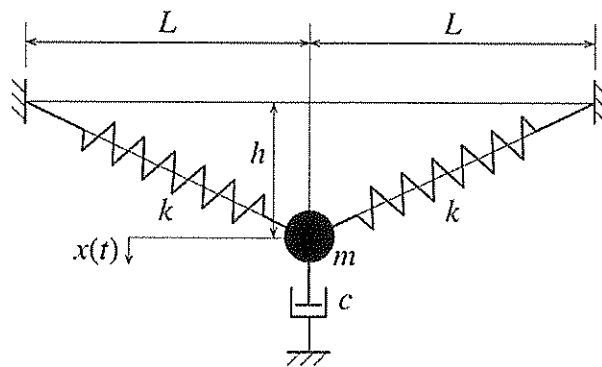


図 2

IV

1次元流れに対するベルヌーイの式は、1次元非圧縮性完全流体の定常流れに対するオイラーの運動方程式を積分することで導出できる。ここで、2次元流れに対するベルヌーイの式を導くために、2次元非圧縮性完全流体に対するオイラーの運動方程式を導出するとき、以下の問いに答えなさい。ただし、流れは定常流であるとし、物体力を無視する。

なお、1次元非圧縮性完全流体に対する①質量保存則、②運動量保存則（オイラーの運動方程式）、③エネルギー保存則（ベルヌーイの式）は、定常流かつ物体力を無視する場合、それぞれ以下の通りである。

$$\frac{\partial u}{\partial s} = 0 \cdots \textcircled{1}, \quad u \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} = 0 \cdots \textcircled{2}, \quad \frac{1}{2} \rho u^2 + p = \text{const.} \cdots \textcircled{3}$$

ただし、 s は流れ方向、 u は速度、 ρ は密度、 p は圧力である。

- (1) 図のような微小四角形 ABCD を考え、点 A における x 方向および y 方向の速度成分を u , v , 圧力を p とするとき、点 B におけるそれぞれの物理量は、テーラー展開により 2 次以上の高次の微小量を見捨てることで、 $u + (\partial u / \partial x) dx$, $v + (\partial v / \partial x) dx$, $p + (\partial p / \partial x) dx$ と表すことができる。これと同様にして、点 C における x 方向および y 方向の速度成分、ならびに圧力を表す式を求めなさい。
- (2) 高次の微小量を見捨てるため、微小四角形 ABCD の各辺の中点における速度成分ならびに圧力は、各頂点のそれぞれの物理量の線形補間により算出することができる。このとき、辺 DA の中点における x 方向および y 方向の速度成分、ならびに圧力を求めなさい。
- (3) 図のように、微小四角形 ABCD の辺 AB と辺 DA から質量流束が流入し、辺 BC と辺 CD から質量流束が流出する場合を考える。このとき、流入する質量流量と流出する質量流量が等しい関係を用いて、2次元非圧縮性流体に対する質量保存則を導きなさい。ただし、奥行き方向に単位長さを考え、(各辺の中点における質量流束) \times (各辺の微小長さ) = (各辺の質量流量) とする。
- (4) 微小四角形 ABCD に対して、流入する運動量と流出する運動量が等しい関係を用いて、2次元非圧縮性完全流体に対するオイラーの運動方程式を導きなさい。

