

物 理 学 （90分）

〔注意事項〕

1. 監督者の指示があるまで、この問題用紙と解答用紙を開いてはいけません。
2. 問題は、3ページからなっています。また、解答用紙は3枚、下書用紙は1枚あります。監督者から解答開始の合図があったら、問題用紙、解答用紙、下書用紙を確認し、落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば、手をあげて監督者に知らせなさい。
3. 解答用紙には、受験番号を記入する欄がそれぞれ2箇所ずつあります。監督者の指示に従って、すべての解答用紙（合計3枚）の受験番号欄（合計6箇所）に受験番号を必ず記入しなさい。
4. この問題用紙の白紙と余白は、適宜下書きに使用してよろしい。
5. 解答は、必ず解答用紙の指定された場所（問題番号や設問の番号・記号などが対応する解答欄の中）に記入しなさい。なお、指定された場所以外や、裏面への解答は採点対象外です。また、解答や受験番号が判読不能の場合にも、採点対象外になります。
6. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
7. この問題用紙と下書用紙は、持ち帰りなさい。

I

図1のように、半径 a 、厚さ t 、密度 ρ の一様な円板がある。

- (a) 円板の中心軸からの距離を r とする。 r と $r+dr$ の範囲にある部分の質量を dM とするとき、 dM を求めよ。ただし、 dr および dM は微小量とする。
- (b) $r^2 dM$ を $r=0$ から $r=a$ の範囲で積分した値を、円板の全質量 M を用いて表せ。

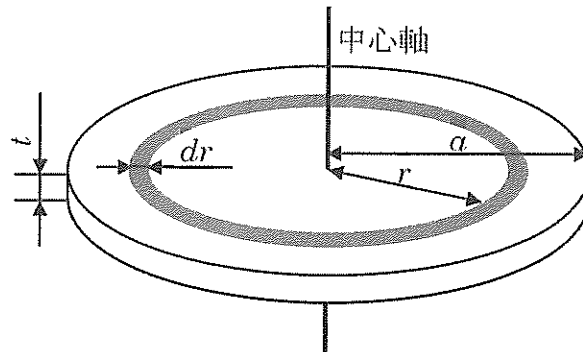


図1

外力の働いていない静止しているバットがある。このバットにボールが衝突する場合を考える。図2のように、ボールはバットの軸方向に垂直に衝突するものとし、バットの重心からボールの衝突位置までの距離を b 、バットの重心から軸方向に c の距離にあるバット上の点を A とする。また、ボールがバットに与えた力積の大きさを P 、バットの質量を m 、バットの重心周りの慣性モーメントを I とする。バットの太さは考慮しなくてよい。

- (c) 衝突直後のバットの並進運動の速さを求めよ。
- (d) 衝突直後にバットがその重心を中心として回転するとき、点 A の回転の速さを求めよ。
- (e) 衝突直後の点 A の速さが 0 となるときの b を求めよ。

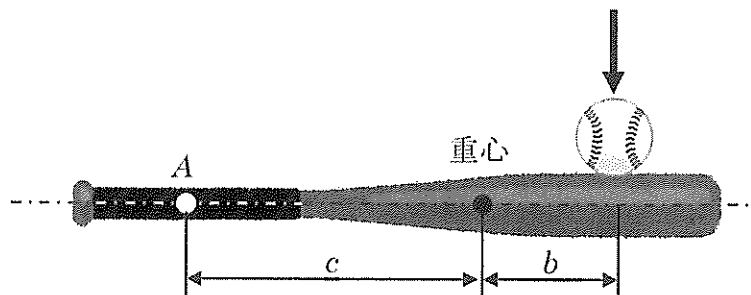


図2

II

デカルト座標 (x, y, z) で表される3次元空間において、 $x=0$ の yz 平面に無限に広い平面導体があり、この導体面を境界に持つ半無限空間領域 $x>0$ を考える。ただし、 $x>0$ の領域内の誘電率を ϵ [F/m]、透磁率を μ [H/m]とする。SI単位系を用いて以下の問いに答えなさい。単位は記入しなくてよい。

まず、図1に示すように、導体面から距離 d [m]だけ離れた点 $A(d, 0, 0)$ の位置に、電気量 Q [C]の点電荷が置かれた場合を考える。このとき、電位は無限遠点で0になると仮定し、さらに導体面上では電位が常に一定となることに注意して、以下の問いに答えなさい。

- (a) 領域 $x>0$ の点 $P(x, y, z)$ で観測される電位を求めよ。
- (b) 領域 $x>0$ の点 $P(x, y, z)$ で観測される電界の x 方向成分を求めよ。

次に、点 A に置かれた点電荷を取り除き、図2に示すように、無限に長い z 軸に平行な直線 $L: x=d, y=0$ の上に、単位長さあたりの電気量 λ [C/m]の線電荷を配置した。

- (c) 領域 $x>0$ の点 $P(x, y, z)$ で観測される電界の x, y, z 方向成分をそれぞれ求めよ。

さらに、直線 L 上の線電荷を速さ v [m/s]で z 軸正方向に等速度運動させ、線電流を流した。

- (d) 直線 L 上に流れる電流の大きさを求めよ。
- (e) 領域 $x>0$ の点 $P(x, y, z)$ で観測される磁界の x, y, z 方向成分をそれぞれ求めよ。

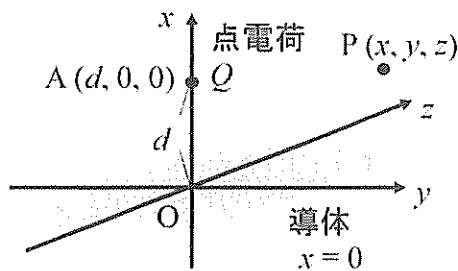


図1

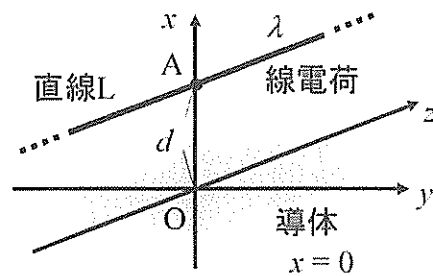


図2

Ⅲ

1次元の弾性体の棒に力を加えて定常波を発生させた。棒の左端から x の距離にある点の時刻 t における変位 $u(x, t)$ は以下の式に従う。

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = C \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} \quad (1)$$

ここで、 C は定数である。角振動数を ω 、位相定数を ϕ として、

$$u(x, t) = a(x) \cos(\omega t + \phi) \quad (2)$$

は(1)式の解になる。

(a) $a(x)$ が満たす微分方程式を書け。

k を波数として、

$$a(x) = A \cos(kx + \phi) \quad (3)$$

は(a)で求めた微分方程式の解である。ここで、 A および ϕ は定数である。

以下、 ϕ の範囲は $-\pi < \phi \leq \pi$ で答えよ。

(b) 弾性体が両端 $x = 0, x = L$ で固定されている場合、以下の空欄(ア)～(コ)に入る数式を答えよ。

$u(0, t) = \boxed{\text{ア}}$ 、 $u(L, t) = \boxed{\text{イ}}$ であるから、 $a(0) = \boxed{\text{ウ}}$ 、 $a(L) = \boxed{\text{エ}}$ である。(3)式がこの条件を満たすためには、 $\cos(\boxed{\text{オ}}) = 0$ および $\cos(\boxed{\text{カ}}) = 0$ となる必要がある。一方の式から $\phi = \boxed{\text{キ}}$ が得られるので、これを他方の式に代入して、 $\sin(\boxed{\text{ク}}) = 0$ を得る。波数 k の満たす条件は $k = \boxed{\text{ケ}} p$ ($p = 1, 2, 3, \dots$) で、基準振動の式は波数 k を用いて $a(x) = A \sin(\boxed{\text{コ}})$ と書ける。

(c) 両端が自由な場合は、 $a(x)$ の1次導関数 $da(x)/dx$ が両端 $x = 0, x = L$ で0になる必要がある。このとき、波数 k が満たすべき条件を自然数 p を用いて書き(ア)、基準振動の式を波数 k を用いて書け(イ)。

(d) 一方の端 ($x = 0$) が固定され、もう一方の端 ($x = L$) が自由なとき、波数 k が満たすべき条件を自然数 p を用いて書き(ア)、 $p = 2$ の場合の基準振動の概形を描け(イ)。

(以 上)