令和６年度（前期日程）
入学者選抜学力検査問題

数　　　学 （120 分）

〔注意事項〕

1. 監督者の指示があるまで，問題冊子（この冊子）を開いてはいけません。
2. **解答用紙には受験番号を記入する欄がそれぞれ２箇所ずつあります。監督者の指示に従って，すべての解答用紙（合計４枚）の受験番号記入欄（合計８箇所）に受験番号を記入しなさい。**
3. **解答は，問題番号に対応する解答用紙の指定された場所に書きなさい。解答を解答用紙の裏面に書いてはいけません。**
4. 問題は全部で４問あり，２ページにわたって印刷されています。落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば，手をあげて監督者に知らせなさい。
5. 問題冊子の白紙と余白は，下書きなどに使用してもよろしい。
6. **解答用紙は，持ち帰ってはいけません。**
7. 問題冊子と下書用紙は，持ち帰りなさい。

問題 $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ のそれぞれに対する配点率は同一である。

$\boxed{\mathbf{1}}$ s, t を実数とし，$s > 1,\ 0 < t < 1$ を満たすとする。$\triangle$ABC において，線分 AB を $s : (s-1)$ に外分する点を P，線分 AC を $t : (1-t)$ に内分する点を Q とする。線分 BC と線分 PQ の交点を X とする。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ および $\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$ をそれぞれ $\overrightarrow{\mathrm{AB}}, \overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AX}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}, \overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を用いて表せ。

(3) $\mathrm{AB} = 1,\ \mathrm{AC} = \sqrt{3},\ \mathrm{BC} = 2$ とし，4 点 B, C, P, Q が同一円周上にあるとする。

(i) s を t を用いて表し，t のとりうる値の範囲を求めよ。

(ii) $|\overrightarrow{\mathrm{AX}}|$ のとりうる値の範囲を求めよ。

$\boxed{\mathbf{2}}$ 以下の問いに答えよ。

(1) xy 平面において，直線 $x = \dfrac{\pi}{4}$，直線 $y = x$，および曲線 $y = \dfrac{x}{\cos^2 x}$ $\left(0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{4}\right)$ で囲まれた図形の面積 S_1 を求めよ。

(2) xy 平面上の曲線 $C_1 : y = \cos x$ $\left(0 \leqq x < \dfrac{\pi}{2}\right)$ と曲線 $C_2 : y = \tan x$ $\left(0 \leqq x < \dfrac{\pi}{2}\right)$ を考える。C_1 と C_2 の，ただ 1 つの交点の x 座標を α とする。

(i) $\sin\alpha$ の値を求めよ。

(ii) C_1，C_2，および y 軸で囲まれた図形の面積 S_2 を求めよ。

（以下余白）　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　［前期］

3 以下の問いに答えよ。

(1) xy 平面上の曲線 $y = \log(-\log x)$ $(0 < x < 1)$ の変曲点をすべて求めよ。

(2) 次の不等式を示せ。

(i) $e^{-t} \leqq 1 - t + \dfrac{t^2}{2}$ $(t \geqq 0)$

(ii) $e^{-x^2} \leqq 1 - x^2 + \dfrac{x^4}{2}$ (x は実数)

(iii) $e^{-x^2} \leqq 1 - x^3$ $(0 \leqq x \leqq \sqrt{3} - 1)$

4 n を自然数とする。p, q を実数とし，$0 < p < 1$, $0 < q < 1 - p$, $p \fallingdotseq q$ を満たすとする。それぞれの目が等確率で出るとは限らないサイコロが 1 つあり，1 の目が出る確率が p であり，2 の目が出る確率が q であり，3, 4, 5, 6 のいずれかの目が出る確率が $1 - p - q$ であるとする。このサイコロを n 回投げ，$k = 1, \cdots\cdots, n$ に対して k 回目に出る目を A_k とする。整数の組 $(X_0, Y_0), (X_1, Y_1), \cdots\cdots, (X_n, Y_n)$ を次の規則により定める。

$$(X_0, Y_0) = (0, 0)$$

$$k = 1, \cdots\cdots, n \text{ に対し，} \quad (X_k, Y_k) = \begin{cases} (X_{k-1} + 1,\ Y_{k-1}) & (A_k = 1 \text{ のとき}) \\ (X_{k-1},\ Y_{k-1} + 1) & (A_k = 2 \text{ のとき}) \\ (Y_{k-1},\ X_{k-1}) & (A_k = 3, 4, 5, 6 \text{ のとき}) \end{cases}$$

このとき，次の問いに答えよ。

(1) $n = 3$ のとき，整数 a, b の組 (a, b) であって，$(X_3, Y_3) = (a, b)$ となる確率が正であるようなものをすべて求めよ。

(2) $n = 3$ のとき，$(X_3, Y_3) = (1, 0)$ となる確率を求めよ。

(3) $(X_n, Y_n) = (0, n - 1)$ となる確率を求めよ。

（問題終り）

（以下余白） ［前期］