

令和5年度（後期日程）
入学者選抜学力検査問題

数 学

(120 分)

〔注意事項〕

1. 監督者の指示があるまで、問題冊子（この冊子）を開いてはいけません。
2. **解答用紙には受験番号を記入する欄がそれぞれ2箇所ずつあります。監督者の指示に従って、すべての解答用紙（合計4枚）の受験番号記入欄（合計8箇所）に受験番号を記入しなさい。**
3. **解答は、問題番号に対応する解答用紙の指定された場所書きなさい。解答を解答用紙の裏面に書いてはいけません。**
4. 問題は全部で4問あり、2ページにわたって印刷されています。落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば、手をあげて監督者に知らせなさい。
5. 問題冊子の白紙と余白は、下書きなどに使用してもよろしい。
6. **解答用紙は、持ち帰ってはいけません。**
7. 問題冊子と下書用紙は、持ち帰りなさい。

問題 1 2 3 4 のそれぞれに対する配点率は同一である。

1 実数全体を定義域とする関数 $f(x) = (\sin x - \cos^2 x)e^{\sin x} + 2e$ を考える。

- (1) 関数 $f(x)$ の最大値および最小値を求めよ。
- (2) xy 平面内において $y = f(x)$ のグラフと x 軸, y 軸, および直線 $x = \frac{\pi}{2}$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

2 自然数 n に対し, 関数 $f_n(x)$ を

$$f_n(x) = x^3 + nx^2 + 6n^2x - 9n^2 - 1 \quad (x \geq 0)$$

により定める。

- (1) 自然数 n に対し, 等式 $f_n(\alpha) = 0$ を満たす正の実数 α がただ1つ存在し, かつ不等式 $\alpha < 2$ を満たすことを示せ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ を条件

$$a_n > 0, f_n(a_n) = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

(以下余白)

[後期]

3 空のつぼ A, B, C と, 赤玉と白玉が1つずつある。まず, 赤玉を A に入れる。次に, 以下の手順 (ア), (イ), (ウ) を順に行う。

(ア) さいころを投げて, 出た目の数が, 1 または 2 ならば白玉を A に入れ, 3 または 4 ならば白玉を B に入れ, 5 または 6 ならば白玉を C に入れる。

(イ) さいころを投げて, 出た目の数が, 1 または 2 ならば A の中身を確認, 3 または 4 ならば B の中身を確認, 5 または 6 ならば C の中身を確認。

(ウ) (イ) で中身を確認したつぼが空であれば, A に入っている赤玉をとり出し, B と C のうち (イ) で中身を確認していないつぼに赤玉を入れる。(イ) で中身を確認したつぼが空でなければ, 何もしない。

このとき, 次の問いに答えよ。

(1) (ウ) のあとで赤玉と白玉が同じつぼに入っている確率 p_1 を求めよ。

(2) 「(イ) において, 出た目の数が 5 または 6 であり, かつ C の中身を確認したところ C が空であった」という条件のもとで, (ウ) のあとで赤玉と白玉が同じつぼに入っている条件付き確率 p_2 を求めよ。

(3) 「(ウ) のあとで赤玉と白玉が同じつぼに入っていた」という条件のもとで, (ウ) のあとで赤玉と白玉が A に入っている条件付き確率 p_3 を求めよ。

4 n を 3 以上の自然数とする。複素数 z であって, 条件

$$|z| \leq n \quad \text{かつ} \quad \text{複素数 } z^2 - 6z + 10 \text{ は実数でありかつ整数である}$$

を満たすものの個数を求めよ。

(問題終了)

(以下余白)

[後期]