

令和3年度（後期日程）  
入学者選抜学力検査問題

# 数 学

(120 分)

## (注意事項)

1. 監督者の指示があるまで、問題冊子（この冊子）を開いてはいけません。
2. 解答用紙には受験番号を記入する欄がそれぞれ2箇所ずつあります。監督者の指示に従って、すべての解答用紙（合計4枚）の受験番号記入欄（合計8箇所）に受験番号を記入しなさい。
3. 解答は、問題番号に対応する解答用紙の指定された場所を書きなさい。解答を解答用紙の裏面に書いてはいけません。
4. 問題は全部で4問あり、2ページにわたって印刷されています。落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば、手をあげて監督者に知らせなさい。
5. 問題冊子の白紙と余白は、下書きなどに使用してもよろしい。
6. 解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
7. 問題冊子と下書用紙は、持ち帰りなさい。

問題 **1** **2** **3** **4** のそれぞれに対する配点率は同一である。

**1**  $x$  の関数

$$f(x) = (\cos x) e^{\sqrt{2} \sin x} \quad \left(-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

を考える。 $xy$  平面における  $y = f(x)$  のグラフを  $C$  とおく。

- (1)  $xy$  平面において、 $C$  と  $x$  軸で囲まれた部分の面積を求めよ。
- (2)  $C$  上の点  $\left(-\frac{\pi}{4}, f\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$  における  $C$  の接線の方程式を求めよ。
- (3) 関数  $f(x)$  の最大値を求めよ。

**2**  $x$  の関数

$$f(x) = 6x - 6 \log x - 3(\log x)^2 - (\log x)^3 \quad (x > 0)$$

を考える。

- (1)  $f'(x)$  および  $f''(x)$  を求めよ。ただし、 $f'(x)$ ,  $f''(x)$  はそれぞれ  $f(x)$  の第1次、第2次の導関数である。
- (2) 正の実数  $x$  に対して、不等式  $f(x) \geq f(1)$  が成り立つことを示せ。
- (3) (2) の不等式を用いて、極限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\log x)^2}{x}$  を求めよ。

---

(以下余白)

[後期]

**3**  $xy$  平面において、 $x$  座標と  $y$  座標がともに整数である点を格子点とよぶ。

(1) 実数  $x, y$  に対し、実数  $k, \ell$  をそれぞれ次の等式

$$5x + 4y = k, \quad 3x + 2y = \ell$$

によって定めるとき、次の 2 条件 (i), (ii) は同値であることを示せ。

(i)  $x, y$  はともに整数である。

(ii)  $k, \ell$  はともに偶数であるか、または  $k, \ell$  はともに奇数である。

ただし、2 で割り切れる整数を偶数とよび、2 で割り切れない整数を奇数とよぶ。

(2)  $n$  を自然数とする。 $xy$  平面において、連立不等式

$$\begin{cases} 0 \leq 5x + 4y \leq n \\ 0 \leq 3x + 2y \leq n \end{cases}$$

の表す領域を  $D_n$  とする。 $D_n$  に含まれる格子点の個数を、 $n$  を用いて表せ。

**4**  $a, b$  を実数とし、 $a, b$  および  $1 - a - b$  はすべて正であるとする。サイコロが 1 個あり、1 の目が出る確率は  $a$  であり、2 の目が出る確率は  $b$  であり、3, 4, 5, 6 のいずれかの目が出る確率は  $1 - a - b$  であるとする。箱 A に球がいくつか入っており、それぞれの球は黄球、赤球、白球のいずれかであるとき、この箱 A に対する次の操作 (\*) を考える：

(\*)  $\left\{ \begin{array}{l} \text{空の袋を用意し、箱 A 中のすべての球をその袋に移してまず箱 A を空にし、次に} \\ \text{その袋に入っているそれぞれの球について、次の (i), (ii) を行う。} \\ \text{(i) その球の色が黄ならサイコロを振り、1 の目が出れば黄球 2 個を箱 A に入れ、} \\ \text{2 の目が出れば赤球 1 個を箱 A に入れ、それら以外の目が出れば黄球 1 個を} \\ \text{箱 A に入れる。} \\ \text{(ii) その球の色が赤または白なら、白球 1 個を箱 A に入れる。} \end{array} \right.$

最初に黄球 1 個のみが入っている箱 A に対し操作 (\*) を 3 回行った直後に箱 A に入っている黄球、赤球、白球の個数を、それぞれ  $Y, R, W$  と表す。ただし、2 回目以降の操作 (\*) は、その直前に行った操作 (\*) により得られた箱 A に対し行うものとする。

(1)  $W = 2$  となる確率  $p_1$  を求めよ。

(2)  $W \geq 1$  となる確率  $p_2$  を求めよ。

(3)  $R \geq 3$  となる確率  $p_3$  を求めよ。

(問題終了)

(以下余白)

[後期]