

令和3年度（前期日程）
入学者選抜学力検査問題

数 学 (120 分)

〔注意事項〕

1. 監督者の指示があるまで、問題冊子（この冊子）を開いてはいけません。
2. 解答用紙には受験番号を記入する欄がそれぞれ2箇所ずつあります。監督者の指示に従って、すべての解答用紙（合計4枚）の受験番号記入欄（合計8箇所）に受験番号を記入しなさい。
3. 解答は、問題番号に対応する解答用紙の指定された場所を書きなさい。解答を解答用紙の裏面に書いてはいけません。
4. 問題は全部で4問あり、2ページにわたって印刷されています。落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば、手をあげて監督者に知らせなさい。
5. 問題冊子の白紙と余白は、下書きなどに使用してもよろしい。
6. 解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
7. 問題冊子と下書用紙は、持ち帰りなさい。

問題 **1** **2** **3** **4** のそれぞれに対する配点率は同一である。

1 (1) t の関数

$$f(t) = \frac{\log t}{t} \quad (t > 0)$$

を考える。関数 $f(t)$ の最大値を求めよ。

(2) a を正の実数とする。 x の関数

$$g(x) = e^{ax} + 2e^{-ax} + (2 - a^2)x \quad (0 \leq x \leq 1)$$

を考える。関数 $g(x)$ の最小値を求めよ。

2 四面体 $OABC$ がある。辺 OA を $2:1$ に外分する点を D とし、辺 OB を $3:2$ に外分する点を E とし、辺 OC を $4:3$ に外分する点を F とする。点 P は辺 AB の中点であり、点 Q は線分 EC 上にあり、点 R は直線 DF 上にある。3点 P, Q, R が一直線上にあるとき、線分の長さの比 $EQ:QC$ および $PQ:QR$ を求めよ。

(以下余白)

[前期]

3 a を実数とする。連立不等式

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 2\pi \\ 0 \leq y \leq |ax + \sin x| \end{cases}$$

の表す xy 平面内の領域を x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を V とする。
 V を a を用いて表せ。また, a が実数全体を動くときの V の最小値を求めよ。

4 次の問いに答えよ。

(1) m を自然数とする。

(i) m が偶数のとき, $m^{m-1} + 1$ を 8 で割った余りを求めよ。

(ii) m が奇数のとき, $m^{m-1} + 1$ を 8 で割った余りを求めよ。

(2) θ を実数とし, n を整数とする。 $z = \sin \theta + i \cos \theta$ とおくとき, 複素数 z^n の実部と虚部を $\cos(n\theta)$ と $\sin(n\theta)$ を用いて表せ。ただし, i は虚数単位である。

(問題終了)

(以下余白)

[前期]